

Exercice N°1

Contrôle : Equations-Inequations-polynome

On considère le polynôme $P(x)$ tel que : $P(x) = -3x^3 + 4x^2 + 5x - 2$

- 1) a) Calculer $(1 + \sqrt{2})^2$, puis $(1 + \sqrt{2})^3$. 0,5 pts 0,5 pts
 b) Calculer $P(1 + \sqrt{2})$. 1 pts
- 2) a) Montrer que 2 est une racine du polynôme $P(x)$. 0,5 pts
 b) Déterminer, le polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x) = (x - 2)Q(x)$. 1 pts
- 3) a) Montrer que $Q(x)$ est divisible par $x + 1$. 0,5 pts
 b) En déduire une factorisation du polynôme $Q(x)$. 1 pts
- 4) Ecrire $P(x)$ sous forme d'un produit de 3 polynômes de premier degré. 1 pts
- 5) On considère le polynôme $A(x)$ tel que : $A(x) = P(x) - (5x - 4)Q(x)$.
 a) Montrer que $A(x) = (-4x + 2)(x + 1)(-3x + 1)$. 1 pts
 b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x) = 0$. 0,5 pts
- 6) On suppose dans cette question que : $|x - 2| < 1$
 Donner un encadrement de $A(x)$. 1 pts

Exercice N°2

- 1) Soient les polynômes $A(x) = -6x^2 + x + 15$ et $B(x) = x^2 - 5x + 4$.
 a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : (1): $-6x^2 + x + 15 = 0$. (Remarquer que $19^2 = 361$)
 b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : (2): $x^2 - 5x + 4 = 0$.
 c) En déduire une factorisation de $A(x)$ et $B(x)$.
- 2) a) Dresser le tableau de signes de $A(x)$.
 b) Déterminer le signe des nombres $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $A(\pi)$, sans les calculer. justifier.
- 3) a) Dresser le tableau de signes de $B(x)$.
 b) Déterminer le signe des nombres $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $B(\pi)$, sans les calculer. justifier.
- 4) a) Déduire de la question 1)a) les solutions dans \mathbb{R} , de l'équation $-6(x - 1)^2 + x + 14 = 0$.
 b) Déduire de la question 1)b) les solutions dans \mathbb{R} , de l'équation $2x - 5\sqrt{2x - 3} + 1 = 0$.
- 5) On pose : $P(x) = -6x^3 - 17x^2 + 18x + 45$.
 a) Démontrer, sans effectuer la division euclidienne, que $P(x)$ est divisible par $x + 3$.
 b) Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x + 3)Q(x)$.
 c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $-6x^3 - 17x^2 + 18x + 45 = 0$.
 d) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $-6x^3 - 17x^2 + 18x + 45 < 0$.
- 6) On pose : $R(x) = \frac{-6x^2 + x + 15}{x^2 - 5x + 4}$.
 a) Déterminer les valeurs interdites de x pour l'expression $R(x)$.
 b) Résoudre l'inéquation $R(x) \leq 0$.
- 7) On suppose : $|x - 1| \leq \frac{1}{2}$.

a) Montrer que $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$.	b) Montrer que $2 < A(x) < 21$.
--	----------------------------------

 c) En déduire que $\frac{23}{2}$ est une valeur approchée de $A(x)$ avec la précision $\frac{19}{2}$.