

Exercice N°1

ABC est un triangle, .On considère les points M ,N et P tels que :

$$2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CN} + 3\overrightarrow{AN} = \vec{0} \quad \text{et} \quad 3\overrightarrow{BP} - 2\overrightarrow{CP} = \vec{0} .$$

- 1) a) Montrer que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$
- b) Montrer que : $\overrightarrow{CN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$
- c) Montrer que : $\overrightarrow{BP} = -2\overrightarrow{BC}$
- 2) a) Dédire de ce qui précède que : $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
- b) Montrer que : $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{MP} = \frac{8}{3}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
- 3) Montrer que les points M ,N et P sont alignés

Exercice N°2

ABC est un triangle tel que $BC = 2$; $AC = 4$; $AB = 5$

Soient E , F, et K les points tels que :

$$4\overrightarrow{BI} - 3\overrightarrow{CI} = \vec{0} \quad , \quad \overrightarrow{AJ} - 3\overrightarrow{CJ} = \vec{0} \quad , \quad \overrightarrow{AK} + 4\overrightarrow{BK} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AG} + 4\overrightarrow{BG} - 3\overrightarrow{CG} = \vec{0}$$

- 1) a) Montrer que $\overrightarrow{BI} = -3\overrightarrow{BC}$.
- b) Montrer que $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.
- c) Montrer que $\overrightarrow{AK} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$.
- 2) Construire le triangle ABC et les points I , J , K .
- 3) Montrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = \vec{0}$.
- 4) En déduire une méthode de construction du point G sur la figure précédente.

Exercice N°3

ABC est un triangle et G le point tel que $\overrightarrow{AG} + 2\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{CG} = \vec{0}$

- 1) Montrer que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, en déduire \overrightarrow{BG} en fonction \overrightarrow{AC} .
- 2) Soit D un point tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$, montrer que $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.
- 3) Montrer que les points B ; G et D sont alignés.

Exercice N°4

ABCD est un quadrilatère et I est le milieu de $[AD]$.

Soient G et J des points tels que : $\overrightarrow{AG} + 5\overrightarrow{BG} - 3\overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$ et $5\overrightarrow{BJ} - 3\overrightarrow{CJ} = \vec{0}$

- 1) Montrer que $\overrightarrow{BJ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.
- 2) Montrer que G est le milieu de $[IJ]$.
- 3) a) Montrer que quel que soit le point le point M : $5\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{JM}$ et $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{IM}$
- b) Déterminer (Δ) l'ensemble des points M tels que : $\|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM}\| = \|5\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{CM}\|$.
- c) Déterminer (Γ) l'ensemble des points M tels que : $\|5\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{CM}\| = IJ$.
- 4) Construire le quadrilatère ABCD et les points I ; J ; G et les figures (Δ) et (Γ).