

Exercice N°1Contrôle : Transformations

Le plan est rapporté au repère orthonormé, Soit les points $A(-2; 3)$; $B(3; 1)$ et $C(1; -4)$.

On considère la transformation t , qui au point M , associe un point M' tel que : $\overrightarrow{AM'} + 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

- 1) Montrer que le point B est l'image du point A par la transformation t .
- 2) Soit D l'image de B par la transformation t , déterminer la nature du quadrilatère ABDC.
- 3) Montrer que la transformation t n'a pas de point invariants.
- 4) Construire les points A ; B ; C et D.
- 5) Montrer que quel que soit le point M, le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ est constant, en déduire la nature de la transformation t .

Exercice N°2

Soit ABC un triangle. E; F et G sont des points du plan tels que: $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AG} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AB}$.

- 1) Montrer que A est l'image de C par une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.
- 2) Montrer que C est l'image de B par une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.
- 3) a) Montrer que : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
- b) Montrer que : $\overrightarrow{FE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{FG} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.
- c) En déduire que : $\overrightarrow{FG} = \frac{9}{5}\overrightarrow{FE}$, que peut-on dire des points E ; F et G ?
- 4) construire le triangle ABC et les points E ; F et G .
- 5) Montrer que G est l'image de F par une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.

Exercice N°3

Soit ABCD un quadrilatère convexe, de diagonales $[AC]$ et $[BD]$ qui se coupent en I . Soit E la projection du point I sur (AB) parallèlement à (BC).

Montrer que A est l'image de C par une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.

- 1) Soit h l'homothétie de centre A et qui transforme B en E (on considère le cas $E \in [AB]$)
 - a) Déterminer le rapport k de l'homothétie h .
 - b) Montrer que $h(C) = I$.
- 2) Soit F l'image de D par h . montrer que $(EF) \parallel (BD)$.
- 3) Soit J le milieu de $[BD]$. La droite (AJ) coupe la droite (EF) en K. Montrer que le point K est le milieu de $[AC]$.
- 4) Construire le quadrilatère ABCD et tous les points indiqués sur l'exercice.

Exercice N°4

Soit IAB un triangle. C et D sont des points du plan tels que: $\overrightarrow{IC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$.

Soit h l'homothétie qui transforme A en C et qui transforme B en D.

- 1) Déterminer le centre et le rapport de h .
- 2) Le segment qui passe par D et parallèle à (BC) coupe le segment (AI) en E.
 - a) Déterminer l'image de (BC) par h .
 - b) Montrer que : $h(C) = E$.
- 3) Le segment (DE) coupe le segment (AB) en F.
 - a) Déterminer la nature du quadrilatère BCDF.
 - b) Montrer que : $\overrightarrow{AF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$.