

Contrôle :Produit Scalaire

Exercice N°1

Soient les vecteurs \vec{u} et \vec{v} du plan. On pose $\alpha = \widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ dans chacun des cas:

1) $\|\vec{u}\| = 3\sqrt{2}$; $\|\vec{v}\| = 7$ et $\alpha = \frac{\pi}{3}$. 1pts

2) $\|\vec{u}\| = 2$; $\|\vec{v}\| = 11$ et $\alpha = \frac{5\pi}{6}$. 1pts

3) $\|\vec{u}\| = 2\sqrt{3}$; $\|\vec{v}\| = 4$ et $\alpha = \pi$. 1pts

Exercice N°2

\vec{u} et \vec{v} deux vecteurs du plan. Déterminer $\alpha = \widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$ dans chacun des cas, sachant que $0 \leq \alpha \leq \pi$:

1) $\|\vec{u}\| = 7\sqrt{2}$; $\|\vec{v}\| = 5$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 35$. 1pts

2) $\|\vec{u}\| = 13$; $\|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. 1pts

3) $\|\vec{u}\| = 5$; $\|\vec{v}\| = 14$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -35\sqrt{3}$. 1pts

Exercice N°3

\vec{u} et \vec{v} deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = \sqrt{5}$; $\|\vec{v}\| = \sqrt{7}$ et $\|3\vec{u} - \vec{v}\| = \sqrt{34}$. $\alpha = \widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$ tel que $0 \leq \alpha \leq \pi$.

1) Montrer que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$ en déduire que $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{35}}{35}$. 0,75pts 0,75pts

2) a) Montrer que $(2\vec{u} - 3\vec{v}) \cdot (\vec{u} - 5\vec{v}) = 76$ et que $(2\vec{u} - 3\vec{v})^2 = 72$. 0,75pts 0,75pts

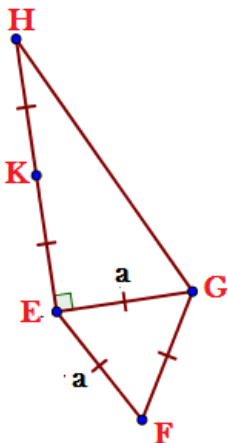
b) En déduire que : $\|2\vec{u} - 3\vec{v}\|$. 1pts

3) Soient : $\vec{X} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ et $\vec{Y} = 15\vec{u} - \vec{v}$.

a) Calculer $\vec{X} \cdot \vec{Y}$. 1pts

b) que peut-on déduire ? justifier . 1pts

Exercice N°4



Dans la figure ci-contre EFG est un triangle équilatéral de côté a et EGH est un triangle rectangle en E tel que EH = 2a et K milieu de [EH].

1) Montrer que $\widehat{(\vec{EF}, \vec{EH})} = \frac{5\pi}{6}$ 1pts

2) Prouver que $\vec{EF} \cdot \vec{EG} = \frac{a^2}{2}$ et que $\vec{EF} \cdot \vec{EH} = -a^2\sqrt{3}$. 1pts 1pts

3) Montrer que $GH^2 = 5a^2$ et que $FH^2 = (5 + 2\sqrt{3})a^2$. 1pts

4) Calculer : $\vec{GF} \cdot \vec{GH}$. 1pts

5) On pose $\widehat{(\vec{GF}, \vec{GH})} = \theta$ Montrer que $\cos \theta = \frac{(1 - 2\sqrt{3})\sqrt{5}}{10}$ 2pts

6) Calculer GK . 1pts