

Contrôle: Produit Scalaire

Exercice N°1

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs du plan, on pose: $\alpha = (\vec{u}, \vec{v})$ tel que $0 \leq \alpha \leq \pi$.

- 1) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ sachant que: $\|\vec{u}\| = 5\sqrt{6}$ et $\|\vec{v}\| = 7\sqrt{2}$ et $\alpha = \frac{5\pi}{6}$. 2pts
- 2) Déterminer α sachant que: $\|\vec{u}\| = 7\sqrt{2}$ et $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 21$. 2pts

Exercice N°2

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs tels que: $\|\vec{u}\| = \sqrt{7}$ et $\|\vec{v}\| = \sqrt{5}$ et $\|2\vec{u} - 3\vec{v}\| = \sqrt{37}$.

- 1) Montrer que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$. 1pts
- 2) Montrer que $\|3\vec{u} + 2\vec{v}\| = \sqrt{119}$. 1pts
- 3) On pose : $\vec{X} = 4\vec{u} - 5\vec{v}$ et $\vec{Y} = \vec{u} + \vec{v}$
 - a) Montrer que : \vec{X} et \vec{Y} sont perpendiculaires . 1pts
 - b) Déterminer : $\|\vec{X}\|$ et $\|\vec{Y}\|$. 1pts

Exercice N°3

ABC est un triangle tel que $AB = 1$, $AC = 3$ et $\hat{A} = \frac{\pi}{3}$.

- 1) Calculer : $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$. 1pts
- 2) Montrer que : $BC = \sqrt{7}$. 1pts
- 3) E et F deux points du plan tels que : $\vec{AE} = 2\vec{AB}$ et $7\vec{CF} = 6\vec{CE}$
 - a) Montrer que : $\vec{AF} = \frac{12}{7}\vec{AB} + \frac{1}{7}\vec{AC}$. 1pts
 - b) Montrer que : $\vec{CE} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$. 1,5pts
 - c) Montrer que : $(CE) \perp (AF)$. 1,5pts

Exercice N°4

ABC est un triangle isocèle en A tel que : $\cos \hat{A} = \frac{3}{4}$ et $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6$

- 1) Montrer que : $AB = 2\sqrt{2}$ et $BC = 2$. 1,5pts
- 2) Soit I le milieu de $[AB]$ et le point F tel que : $\vec{AF} = -2\vec{BC}$.
 - a) Calculer \vec{AF} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} . 1,5pts
 - b) Montrer que le triangle AIF est droit en I . 1pts
- 3) Montrer que : $IF = \sqrt{14}$. 1pts
- 4) Montrer, en utilisant le théorème de la médiane, que $BF = 4$. 1pts