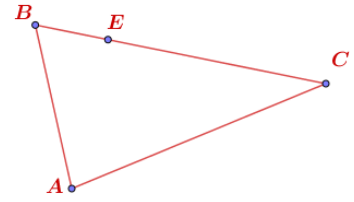


**Exercice N°1**

ABC est un triangle tel que  $BC = 4$  et  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$  et  $\hat{C} = \frac{\pi}{4}$ .

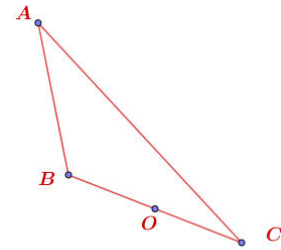
- 1) Montrer que  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 4$ .
- 2) Démontrer que  $AC = \sqrt{2}$  et calculer  $AB$ .
- 3) Soit le point E tel que  $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ , calculer  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BC}$ , que peut-on déduire?



**Exercice N°2**

ABC est un triangle tel que  $AB = a$  et  $AC = 3a$  et  $\cos \hat{A} = \frac{2}{3}$  et O milieu de  $[BC]$  ( $a \in \mathbb{R}_+^*$ ).

- 1) Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .
- 2) En déduire que  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$  et que  $BC = a\sqrt{6}$ .
- 3) Calculer  $AO$
- 4) Soit E un point tel que :  $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{9}\overrightarrow{CA}$ .
  - a) Montrer que  $9\overrightarrow{AE} = 9\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ .
  - b) Montrer que le triangle ACE est rectangle en A.

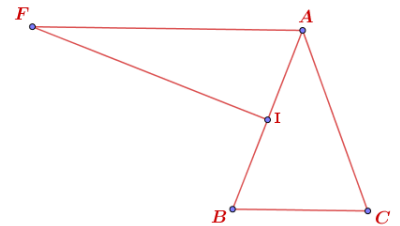


**Exercice N°3**

ABC est un triangle isocèle de sommet A tel que  $\cos \hat{A} = \frac{3}{4}$  et  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$

Soit I le milieu de  $[AB]$  et F tel que  $\overrightarrow{AF} = -2\overrightarrow{BC}$ .

- 1) Montrer que  $AB = 2\sqrt{2}$  et  $BC = 2$ .
- 2) Calculer  $\overrightarrow{IF}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$
- 3) Montrer que le triangle AIF est rectangle en I.
- 4) Montrer que  $IF = \sqrt{14}$ .
- 5) En utilisant le théorème de la médiane montrer que  $BF = 4$ .



**Exercice N°4**

ABC est un triangle tel que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{4}$  et  $AB = 2\sqrt{2}$  et  $AC = 3$ .

I et J sont respectivement les milieux des segments  $[BC]$  et  $[AB]$  et K un point tel que  $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .

- 1) Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ , en déduire que  $BC = \sqrt{5}$ .
- 2) Montrer que  $AI = \frac{\sqrt{29}}{2}$ .
- 3)
  - a) Ecrire  $\overrightarrow{AI}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$
  - b) Calculer  $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$ .
  - c) Calculer  $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AC}$  en déduire  $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AK}$ .
  - d) Calculer  $\overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{AB}$  en déduire  $\overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{AK}$ .
- 4) Vérifier que  $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$
- 5) Montrer que les droites (IJ) et (BK) sont perpendiculaires.

