Contrôle :Généralités Fonctions

Exercice N°1

Soit la fonction h de variable réelle x telle que : $h(x)=\frac{x}{x^2+1}$.

1) **Montrer que $\frac{1}{2}$ est une valeur maximale de h.**
2) **Montrer que $-\frac{1}{2}$ est une valeur minimale de h.**
3) **Etudier la parité de la fonction h.**
4) **On pose : $t_h=\frac{h(x)-h(y)}{x-y}$ ، tel que x et y deux réels différents..**
   a) **Vérifier que : $t_h=\frac{1-xy}{(x^2+1)(y^2+1)}$.**
   b) **En déduire les variations de h sur : $[1;+\infty[$ puis sur $[0;1]$.**
   c) **Dresser le tableau de variations de h.**
5) **Soit la fonction f telle que pour tout x de IR alors : $3f(x)-2f(-x)=h(x)$**
   a) **Etudier la parité de f.**
   b) **En déduire l'expression de $f(x)$ sur IR.**

Exercice N°2

Soit la fonction g de variable réelle x telle que : $g(x)=x^2+\frac{2}{x}$.

1) **Déterminer D_g.**
2) **Montrer que pour tout réels non nuls x et y alors : $g(x)-g(y)=\frac{x-y}{xy}\left(xy(x+y)-2\right)$**
3) **Etudier les variations de g sur chacun des intervalles $]0;1]$ et $[1;+\infty[$.**

Exercice N°3

Soit la fonction f telle que : $f(x)=x^2-4x+3$

1) **Calculer : $f(-1);f(0);f(1);f(2);f(3);f(4);f(5)$**
2) **Déterminer x_1 et x_2 $(x_1<x_2)$ vérifiant : $f(x)=1$.**
3) a) **vérifier que : $f(x)=(x-2)^2-1$, pour tout x de IR.**
   b) **En déduire que : $f(x)\geq -1$, pour tout x de IR.**
4) **On pose : $t_f=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$, tels que $a\in$ IR et $b\in$ IR.**
   a) **Vévirifier que : $t_f=a+b-4$.**
   b) **En déduire les variations de f sur : $]-\infty;2]$ et $[2;+\infty[$.**
   c) **Dresser le tableau de variations de f.**
5) a) **Colorier (C_f) en rouge sur la figure ci-contre.**
   b) **Déterminer l'expression de la fonction g dont la courbe est tracée sur la même figure que celui de f.**
   c) **Représenter en vert la courbe de la fonction h المعرفة telle que $h(x)=|f(x)|+1$.**