

ExerciceN°1

Devoir Surveillé :PRODUIT SCALAIRE.

On considère les vecteurs \vec{u} et \vec{v} du plan tels que $\alpha = \widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ dans chacun des cas:

- 1) $\|\vec{u}\| = 2\sqrt{3}$; $\|\vec{v}\| = 5$ et $\alpha = \frac{\pi}{6}$. 2pts
- 2) $\|\vec{u}\| = 6$; $\|\vec{v}\| = 5$ et $\alpha = \frac{2\pi}{3}$. 2pts
- 3) $\|\vec{u}\| = 5\sqrt{2}$; $\|\vec{v}\| = 3$ et $\alpha = \frac{3\pi}{4}$. 1pts

ExerciceN°2

On considère les vecteurs \vec{u} et \vec{v} du plan tels que $\alpha = \widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$. Déterminer α dans chacun des cas, sachant que $0 \leq \alpha \leq \pi$:

- 1) $\|\vec{u}\| = 3\sqrt{2}$; $\|\vec{v}\| = 7$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 21$. 2pts
- 2) $\|\vec{u}\| = 4\sqrt{3}$; $\|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -12$. 2pts

ExerciceN°3

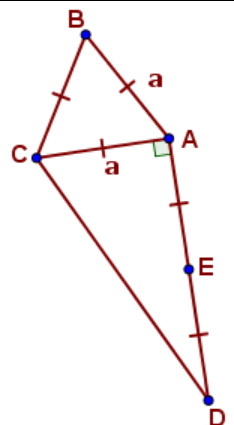
\vec{u} et \vec{v} deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = \sqrt{3}$; $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$; $\|2\vec{u} - 3\vec{v}\| = \sqrt{6}$.

On pose : $\alpha = \widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$ avec $0 \leq \alpha \leq \pi$.

- 1) Montrer que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$, en déduire $\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. 0,75pts 0,75pts
- 2) a) Montrer que $(3\vec{u} - \vec{v})(2\vec{u} - 7\vec{v}) = -14$ et que $(3\vec{u} - \vec{v})^2 = 17$. 0,75pts 0,75pts
 b) En déduire $\|3\vec{u} - \vec{v}\|$. 1pts
- 3) Soient les vecteurs : $\vec{X} = 3\vec{u} - \vec{v}$ et $\vec{Y} = 4\vec{u} - 7\vec{v}$.
 a) Calculer $\vec{X} \cdot \vec{Y}$. 1pts
 b) que peut-on en déduire ? justifier . 1pts

ExerciceN°4

Dans la figure ci-contre ABC est un triangle équilatéral de côté a ; ACD est un triangle rectangle en A tel que AD = 2a et E est le milieu du segment [AD].



- 1) Montrer que $\widehat{(AB, AD)} = \frac{5\pi}{6}$ 1pts
- 2) Prouver que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{a^2}{2}$ et que $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = -a^2\sqrt{3}$. 1pts 1pts
- 3) Montrer que $CD^2 = 5a^2$ et que $BD^2 = (5 + 2\sqrt{3})a^2$. 1pts
- 4) En utilisant le théorème d'Alkachy, montrer que : $\vec{CB} \cdot \vec{CD}$. 1pts
- 5) On pose $\widehat{(CB, CD)} = \theta$, montrer que $\cos\theta = \frac{(1 - 2\sqrt{3})\sqrt{5}}{10}$ 1pts 1pts
- 6) En utilisant le théorème de la médiane, calculer CE . 1pts